

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА**

Физический факультет

Кафедра физики частиц и космологии

Черные дыры после инфляции и стабильность вакуума

**Курсовая работа
студентки 2 курса 209 группы
Стекловой Екатерины Алексеевны**

**Научный руководитель:
Панин Александр Григорьевич**

Москва 2018г.

1 Введение

В настоящее время с высокой долей вероятности можно утверждать, что электрослабый вакуум Стандартной Модели является ложным: квантовые поправки меняют эффективный потенциал поля Хиггса, так что при значениях $h \sim 10^{10}$ ГэВ появляется новый минимум. Распад электрослабого вакуума происходит в результате туннелирования через потенциальный барьер и рождения пузыря нового вакуума. Внутри пузыря поле Хиггса принимает значения вблизи истинного вакуума. По мере расширения пузыря (стенки которого движутся со скоростью света) эта область захватывает все больше и больше пространства. Таким образом, если бы такой переход произошел в ранней Вселенной, то за время порядка времени её жизни истинный вакуум захватил бы значительную область пространства, что было бы заметно из наблюдений. Однако, в рамках Стандартной Модели физики элементарных частиц и космологической модели, базирующейся на теории Большого взрыва, эта катастрофа крайне редка. Вероятность распада вакуума экспоненциально мала, так что его среднее время жизни на много порядков превышает возраст Вселенной. Таким образом, электрослабый вакуум является метастабильным [1].

Время жизни электрослабого вакуума должно оставаться больше возраста Вселенной также и в моделях новой физики за рамками Стандартной Модели. Это требование накладывает различные ограничения на параметры моделей, влияющих на эволюцию Вселенной до Большого взрыва, включая инфляцию и стадию разогрева. Недавние исследования показали, что на время распада электрослабого вакуума могут повлиять маленькие испаряющиеся черные дыры. Эти объекты действуют как участки зарождения пузырьков истинного вакуума, увеличивая темп их формирования. Причем предсказывается два возможных сценария. Первый был предложен в работе [2] и состоит в том, что в предельном случае очень маленьких черных дыр с массой порядка массы Планка экспоненциальное подавление вероятности образования пузыря снимается. Таким образом, в присутствии планковских черных дыр вероятностью распада электрослабого вакуума становится порядка единицы. Однако, конкретный физический механизм, как именно маленькие черные дыры влияют на темп образования пузыря новой фазы поля Хиггса, нуждается в уточнении. Действительно, размер черных дыр, присутствие которых должно привести к распаду вакуума Стандартной Модели с вероятностью порядка единицы, на много порядков меньше размера пузыря. Вблизи станок пузыря пренебрежимо мало как гравитационное поле такой черной дыры, так и её возможное излучение. Таким образом, её влияние на распад электрослабого вакуума противоречит локальности. Такой механизм не может считаться доказанным, пока не будут получены ответы на эти вопросы [3].

Черные дыры размером порядка размера пузыря новой фазы действительно должны влиять на его образование. Как было показано в литературе [4], энергия пузыря, рожденного вокруг такой черной дыры, уменьшается по сравнению с пузырем, рожденным в отсутствии черной дыры, на численный фактор, максимально возможное значение которого примерно равно 2. Это в свою очередь уменьшает во столько же раз экспоненту подавления вероятности рождения пузыря. Именно этот случай рассматривается в данной работе. Рождение черных дыр такого размера могло происходить в ранней Вселенной в результате коллапса первичных возмущений плотности вещества, сгенерированных на стадии инфляции. Дополнительным катализатором может являться внешняя температура плазмы. Таким образом, в моделях инфляции, в которых предсказывается большая амплитуда спектра первичных возмущений плотности вещества на малых масштабах, а также высокая температура разогрева, электрослабый вакуум может быть нестабильным.

Исследование таких моделей, значений их параметров, при которых вакуум становится нестабильным, и определяет цель курсовой работы.

Цель работы: Оценить как черные дыры, рожденные после инфляции, влияют на стабильность электрослабого вакуума. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

- Оценить количество черных дыр, рожденных после инфляции;
- Оценить, с какой вероятностью каждая из них может произвести пузырь;
- Уточнить полученную оценку, численно рассчитав показатель экспоненты подавления.

2 Оценка вероятности распада электрослабого вакуума

Оценим вероятность распада вакуума за время жизни Вселенной в присутствии черных дыр, рожденных после инфляции. Как было сказано во Введении, наибольший эффект ожидается от черных дыр размером, равным размеру пузыря, который оценивается как

$$R_{sph} \simeq 10^{-10} \text{ ГэВ}^{-1}.$$

Тогда для массы черной дыры имеем

$$R_{sph} = R_{BH} \Rightarrow M_{BH} = \frac{M_{pl}^2 R_{BH}}{2}.$$

Далее определим температуру во Вселенной, при которой такие черные дыры образуются в результате гравитационного коллапса первичных возмущений плотности вещества. Для этого, во-первых, найдем энергию вещества внутри горизонта

$$M_H = \frac{4\pi}{3} R_H^3 \rho, \quad (1)$$

где $R_H \simeq 1/H$ — размер горизонта, а ρ — плотность энергии. Используя уравнение Фридмана, получим

$$M_H = \frac{M_{pl}^2}{2T^2} M_{pl}^* \simeq 0.03 \frac{M_{pl}^3}{T^2}, \quad (2)$$

где $M_{pl}^* = \frac{M_{pl}}{\sqrt{g_*} 1.66}$, а g_* — число релятивистских степеней свободы при данной температуре. Отсюда, приравнивая эту массу к массе черной дыры, $M_H = M_{BH}$, имеем

$$\frac{M_{pl}^2 R_{BH}}{2} = 0.03 \frac{M_{pl}^3}{T^2},$$

тогда

$$T = \sqrt{0.06 \frac{M_{pl}}{R_{BH}}} \simeq 10^{13} \text{ ГэВ} \quad (3)$$

искомая температура.

Для оценки вероятность распада вакуума в единицу времени в единице объема используем формулу Аррениуса [7], в которой S является отношением свободной энергии пузыря к его температуре,

$$\Gamma = \frac{d\mathcal{P}}{dVdt} \simeq T^4 \left(\frac{S}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-S}. \quad (4)$$

Учтем, что величина S , входящая в формулу (4), для хаббловского объема, содержащего черную дыру, уменьшается в два раза по сравнению с такой же областью пространства без черной дыры. Тогда для вероятности распада ложного вакуума внутри данного хаббловского размера получим

$$\mathcal{P} \simeq \frac{\Gamma}{H^4} = T^4 \left(\frac{M_{pl}^*}{T^2} \right)^4 \left(\frac{S}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-S/2} \mathcal{P}_{BH} = \frac{M_{pl}^{*4}}{T^4} \left(\frac{S}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-S/2} \mathcal{P}_{BH}, \quad (5)$$

где \mathcal{P}_{BH} обозначает вероятность образования черной дыры. Внутри нашего горизонта сейчас таких областей

$$N = \left(\frac{H}{H_0} \right)^3 \left(\frac{a}{a_0} \right)^3 \simeq g_0 \frac{T_0^{-3} T^3}{M_{pl}^3 H_0^3} \sqrt{g_*}. \quad (6)$$

Тогда умножив (5) на (6) получим вероятность распада ложного вакуума внутри видимой части Вселенной,

$$\mathcal{P}_{tot} \cong \mathcal{P} N \simeq \frac{M_{pl}^{*4}}{T^4} \left(\frac{S}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \mathcal{P}_{BH} e^{-\frac{S}{2}} g_0 \frac{T_0^{-3} T^3}{M_{pl}^3 H_0^3} \sqrt{g_*}. \quad (7)$$

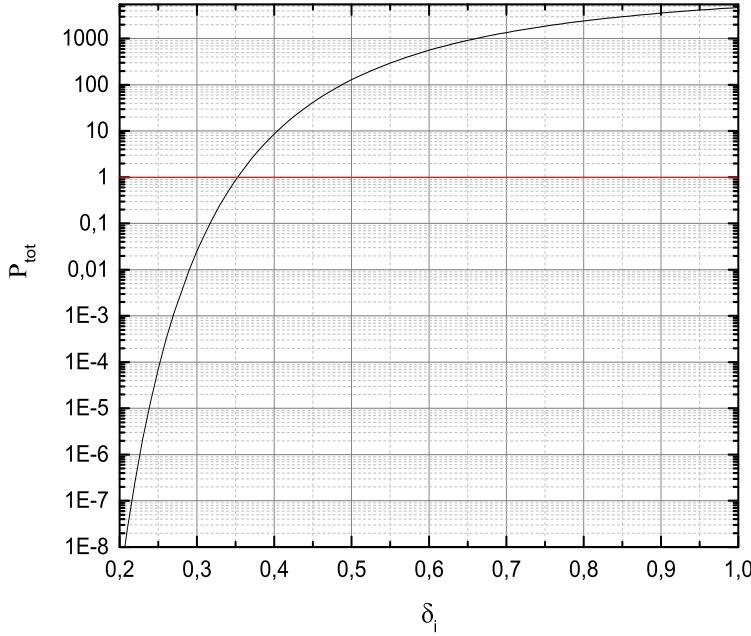


Рис. 1: Зависимость \mathcal{P}_{tot} от δ_i

Вероятность рождения черной дыры, входящая в формулу (7) дается выражением [6]

$$\mathcal{P}_{BH} \cong e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{\delta_c^2}{0.2\delta_i^2}}, \quad (8)$$

где $\delta_c \simeq 0.49$. Зависимость свободной энергии от температуры, $S(T)$, была получена в работе [1] (см. рисунок 5c). Её можно аппроксимировать функцией

$$S = -0.0481183x^3 + 6.25225x^2 - 271.349x + 4245.61, \quad (9)$$

где $x = \ln \left(\frac{T}{\Gamma_{\text{ЭВ}}} \right)$

С учетом всего сказанного, из формулы (7) получаем вероятность распада электрослабого вакуума

$$\mathcal{P}_{tot} \cong 2.4 \times 10^{71} e^{-\left(\frac{1.2005}{\delta_i^2} + \frac{S(T)}{2} \right)}. \quad (10)$$

График зависимости \mathcal{P}_{tot} от δ_i , представлен на рисунке 2. Горизонтальная линия отвечает $\mathcal{P}_{tot} = 1$. Из рисунка видно, что единичной вероятности соответствует случай $\delta_i \simeq 0.35$.

3 Численные вычисления зависимости $S(T)$ в присутствии черной дыры

Определим сферически симметрическую метрику Шварцшильда в евклидовом пространстве времени [2] как

$$ds^2 = f(r) e^{2\delta(r)} d\tau^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (11)$$

где f дается выражением

$$f = 1 - \frac{2G\mu(r)}{r}$$

Профиль критического пузыря определяется классическими уравнениями движения для скалярного поля в метрике (11)

$$\left\{ \begin{array}{l} f\phi'' + f'\phi' + \frac{2}{r}f\phi' + \delta'f\phi' - \frac{\partial V_{tot}}{\partial \phi} = 0, \\ \mu' = 4\pi r^2 \left(\frac{1}{2}f\phi'^2 + V_{tot} \right), \\ \delta' = 4\pi G r \phi'^2, \end{array} \right. \quad (12)$$

где $V_{tot} = V + V_T$ — полный потенциал поля Хиггса, содержащий вакуумный потенциал $V(\phi)$ с учетом двухпетлевой квантовой поправки и температурную поправку $V_T(\phi)$. Для температурной поправки используем аппроксимирующую формулу [5]:

$$V_T = \left(0.21 - 0.0071 \log \frac{T}{\Gamma_{\text{ЭВ}}} \right) T^2 \frac{\phi^2}{2} e^{-\frac{\phi^2}{(2\pi T)^2}}$$

В то время как вакуумный потенциал

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda_{eff}(\phi)\phi^4$$

$$\lambda_{eff} = \lambda_* + b \left(\ln \frac{\phi}{M_{pl}} \right)^2 + c \left(\ln \frac{\phi}{M_{pl}} \right)^4,$$

где $\lambda_* = -0,01$, $b = 1,4 \cdot 10^{-5}$, $c = 6,3 \cdot 10^{-8}$. Границные условия для (12)

$$\mu(r_h) = \mu_-, \quad \delta(r_h) = 0, \quad r = r_h \quad (13)$$

$$\mu(r) \rightarrow M_+, \quad \phi(r) \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty. \quad (14)$$

$$\phi'(r_h) = \frac{r_h V_\phi[\phi(r_h)]}{1 - 8\pi G r_h^2 V[\phi(r_h)]} \quad (15)$$

Численно решив уравнения (12) с граничными условиями (13), (14) для фиксированной температуры $T = 10^{13}$ ГэВ находим значение M_+ . Тогда показатель экспоненты подавления

$$S = \frac{M_+ - \mu_-}{T} . \quad (16)$$

График зависимости $S(M_+)$ представлен на рисунке 2.

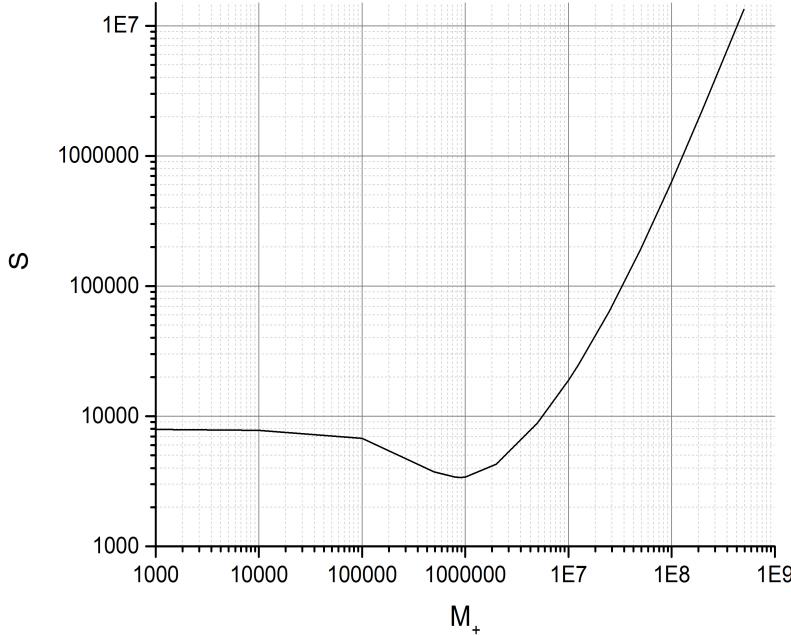


Рис. 2: Зависимость S от M_+

Из рисунка видно, что присутствие черной дыры действительно уменьшает экспоненту подавления процесса распада электрослабого вакуума: зависимость $S(M_+)$ имеет минимум при $M_+ \simeq 10^6 M_{pl}$. В точке минимума значение экспоненты подавления примерно в два раза меньше, чем при $M_+ = 0$. Это доказывает сделанную в параграфе 1 оценку. Однако, полученное численное значение S отличается от значения, использованного в параграфе 1, примерно на порядок. Скорее всего это связано с неточностью аппроксимационных формул для двухпетлевой поправки в вакуумный потенциал и температурного потенциала.

4 Заключение

В работе рассмотрен процесс распада электрослабого вакуума в ранней Вселенной при высокой температуре и в присутствии черных дыр, рожденных в результате коллапса первичных возмущений плотности вещества большой амплитуды, произведенных на стадии инфляции. С использованием численных расчетов показано, что присутствие черных дыр определенной массы действительно приводит к уменьшению экспоненты подавления

фазового перехода. При этом полученное значение экспоненты подавления не совпадает с ожидаемым, что может быть связано с неточностью аппроксимационных формул для потенциала поля Хиггса, используемых в работе.

В результате можно сделать вывод, что в моделях инфляции, предсказывающих высокую температуру разогрева и большую амплитуду первичных возмущений плотности вещества на сверхмалых масштабах, существует опасность распада электрослабого вакуума. Такими, например, являются модели инфляции с температурой разогрева $T_{reh} \gtrsim 10^{13}$ ГэВ и амплитудой скалярных возмущений $\delta_i \gtrsim 0.35$. Избежать катастрофы можно, если сделать электрослабый вакуум стабильным, добавив в теорию массивных частиц с необходимыми константами взаимодействия. Второй путь — изменить поведение моделей после инфляции, понизив температуру разогрева или/и амплитуду возмущений на сверхкоротких длинах волн.

Список литературы

- [1] A. Salvio, A. Strumia, N. Tetradis and A. Urbano, “On gravitational and thermal corrections to vacuum decay,” *JHEP* **1609** (2016) 054 doi:10.1007/JHEP09(2016)054 [arXiv:1608.02555 [hep-ph]].
- [2] P. Burda, R. Gregory and I. Moss, “The fate of the Higgs vacuum,” *JHEP* **1606** (2016) 025 doi:10.1007/JHEP06(2016)025 [arXiv:1601.02152 [hep-th]].
- [3] D. Gorbunov, D. Levkov and A. Panin, “Fatal youth of the Universe: black hole threat for the electroweak vacuum during preheating,” *JCAP* **1710** (2017) no.10, 016 doi:10.1088/1475-7516/2017/10/016 [arXiv:1704.05399 [astro-ph.CO]].
- [4] N. Tetradis, “Black holes and Higgs stability,” *JCAP* **1609** (2016) no.09, 036 doi:10.1088/1475-7516/2016/09/036 [arXiv:1606.04018 [hep-ph]].
- [5] J. R. Espinosa, G. F. Giudice, E. Morgante, A. Riotto, L. Senatore, A. Strumia and N. Tetradis, “The cosmological Higgstory of the vacuum instability,” *JHEP* **1509** (2015) 174 doi:10.1007/JHEP09(2015)174 [arXiv:1505.04825 [hep-ph]].
- [6] K. Kohri and T. Terada, “Primordial Black Hole Dark Matter and LIGO/Virgo Merger Rate from Inflation with Running Spectral Indices,” arXiv:1802.06785 [astro-ph.CO].
- [7] Горбунов Д.С., Рубаков В.А., *Введение в теорию ранней вселенной: Теория горячего Большого взрыва*. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 552с.